

基于高阶矩特征选择和权值优化的信噪比估计

李 涛^{1,2}, 苏 楠³, 韦荻山³, 李勇朝^{2*}, 朱若楠², 赵新玉², 周 帅²

(1. 西安电子科技大学广州研究院, 广东广州 510000; 2. 西安电子科技大学通信工程学院, 陕西西安 710071;
3. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

摘要: 信噪比估计作为信号参数估计的一个重要组成部分, 可为功率控制、调制方式识别、信道估计以及动态模式切换等技术提供先验信息。目前基于高阶矩的信噪比估计由于其计算复杂度低、实时性高的优势一直受到众多学者的关注, 然而基于高阶矩的估计存在低信噪比和高信噪比两个极端情况下估计性能变差的缺陷。本文在分析信号高阶矩分布特性的基础上, 设计了一种基于高阶矩特征选择和线性组合的信噪比估计算法。首先通过分析不同矩统计量与信噪比值之间的关系, 对高阶矩特征进行筛选。在此基础上, 对选择的高阶矩特征进行线性组合, 并设计优化算法求解线性组合的权值系数。仿真结果表明, 本文所提信噪比估计方法对低信噪比和高信噪比下的估计性能做了折衷, 对比已有基于高阶矩的信噪比估计算法, 在-10~20 dB 范围内能够较好地兼顾低信噪比和高信噪比的估计性能。

关键词: 信噪比估计; 高阶矩; Nakagami 衰落信道; 特征选择; 权值优化

基金项目: 广州市基础与应用基础研究基金(No.2023A04J1740)

中图分类号: TN911.6; TN911.7 **文献标识码:** A

文章编号: 0372-2112(2024)12-3976-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20230993

Estimation of Signal-to-Noise Ratio Based on Feature Selection and Weight Optimization of High-Order Moments

LI Tao^{1,2}, SU Nan³, WEI Di-shan³, LI Yong-zhao^{2*}, ZHU Ruo-nan², ZHAO Xin-yu², ZHOU Shuai²

(1. Guangzhou Institute of Technology, Xidian University, Guangzhou, Guangdong 510000, China;

2. School of Telecommunication Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;

3. Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: As an important part of signal parameter estimation, signal-to-noise ratio (SNR) estimation can provide prior information for power control, modulation classification, channel estimation, and dynamic mode switching, etc. Recently, high-order moments (HOMs) based algorithms have been widely concerned due to the advantages of low computational complexity and high real-time property. However, the estimation performance of the HOMs-based algorithms is still constrained in extremely low or high SNR regions. In this paper, a SNR estimation algorithm based on feature selection and linear combination of HOMs is designed, according to the distribution characteristics of HOMs. Firstly, the HOMs are screened by analyzing the relationship between different moments and SNR values. Based on this, we resort to the linear combination of the selected HOMs to estimate SNR. And the weights of linear combination are calculated by designing an optimization problem. The simulation results show that the proposed SNR estimation scheme makes a tradeoff among the estimation performance of high and low SNR regions. Compared with the existing HOMs-based algorithms, the proposed algorithm has a more comprehensive performance in the range of -10 dB to 20dB.

Key words: estimation of signal-to-noise ratio; high-order moment; Nakagami-fading channel; feature selection; optimization of weights

Foundation Item(s): Guangzhou Basic and Applied Basic Research Foundation (No.2023A04J1740)

1 引言

在非合作通信中,需要通过盲信号处理技术来从接收信号中提取必要的信号参数,以实现信号检测、调制方式识别等操作,进而实现数据的解调和恢复,而信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)估计则是参数估计的一个重要组成部分.随着自适应技术、功率控制、移动辅助切换、动态频谱访问和认知无线电等技术的广泛使用,对于信号 SNR 估计的需求也变得更加广泛.

现有对于 SNR 估计方法的研究主要关注加性高斯白噪声(Additive Gaussian White Noise, AGWN)信号模型,估计方法主要分为基于最大似然的估计、基于特征值的估计和基于矩统计量的估计^[1].

基于最大似然的 SNR 估计是一种统计方法,是利用接收信号的概率密度函数,以最大可能性估计求解参数的值.文献[2]发现相移键控(Phase Shift Keying, PSK)信号的似然函数是一个混合高斯函数,通过期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法求解了该最大似然问题.文献[3~5]将该信号模型推广到了正交幅度调制(Quadrature Amplitude Modulation, QAM)等非恒模调制.文献[6,7]提出使用超立方星座,利用更多自由度推导了 SNR 估计的似然函数表达式.文献[8]提出了一种极性编码辅助的最大似然 SNR 估计算法.上述基于接收信号似然函数的估计方法计算复杂度极高,甚至会存在不收敛的情况,因此这类方法很难在实际工程应用.

基于特征值的估计是利用接收信号协方差矩阵的特征值的分布特性来估计 SNR,重点在于噪声子空间和信号子空间的分离.文献[9~11]利用最小描述长度(Minimum Description Length, MDL)准则分别计算各子空间特征值的均值可得信号功率和噪声功率.文献[12,13]提出了两种基于噪声子空间特征值的分布特性的 SNR 估计方法.文献[14]发现上述方法高度依赖于一些参数,包括输入样本数、特征值数和 M-P(Marchenko-Pastur)分布的大小,提出使用粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法来优化这些参数.该类估计方法由于需要协方差矩阵分解,同样存在计算复杂度高的问题.

基于矩统计量的估计由于其计算复杂度低、实时性高的优势一直受到众多学者的广泛关注和研究,其思路是利用接收信号的矩统计量来构造关于信号功率和噪声功率的表达式.文献[15]提出的 M2M4 估计方法利用接收信号的二阶和四阶矩表达式来反向求解信号功率和噪声功率,该方法仅适用于 MPSK 信号.文献[16]将 M2M4 估计方法推广到了非恒模星座的 SNR 估计方法.文献[17]对比了四阶矩、六阶矩、八阶矩、十阶矩的性能,发现矩的阶数越高,SNR 估计的均值和真实

值的偏差越大,并且通过仿真可得八阶矩和十阶矩的性能十分相近,因此在这之后的研究中,学者不再把注意力放在提高矩的阶数上.文献[18]针对 QAM 信号,推导了 QAM 信号在 AWGN 信道下的基于偶数阶统计量的 SNR 估计算法.文献[19]提出不仅可以利用单一的高阶矩来表示 SNR,高阶矩的线性组合也可以表示 SNR,重点在于线性组合的系数怎样确定.在此基础上,推导出恒模和非恒模星座六阶以内矩的线性组合系数.文献[20]沿着线性组合的思路推导出非恒模星座下八阶以内矩的线性组合系数,提出了基于偏差和方差最小化的系数确定策略.文献[21]针对 MPSK 信号调制阶数未知的情况,提出了一种不需要调制阶数先验信息的 SNR 估计方法.文献[22]利用一阶矩也就是信号包络的累积分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF)提出了一种非恒模星座的 SNR 估计.文献[23]把信号一阶矩落在不同取值区间的概率作为神经网络的输入,实现了 OFDM 信号的 SNR 估计.总的来说,基于矩的估计具有时间复杂度低的优势,但是接收信号的高阶矩是一种统计量,其所需的观测样本数较多.

综上所述,可以用来实现 SNR 估计的高阶矩组合方案有多种,仅使用一种高阶矩估计性能较差,而使用过多的高阶矩会导致计算复杂度过高.因此本文在分析 AWGN 模型下信号高阶矩分布特性的基础上,设计了一种基于高阶矩特征选择和线性组合的 SNR 估计算法.并以最小化统计量的均方误差为原则,优化求解线性组合的权值系数.仿真结果表明所提算法能够较好地兼顾低信噪比和高信噪比的估计性能,并且对于不同的调制方式具有鲁棒性.

2 系统模型

本文研究的系统为频率平坦衰落信道的数字通信系统,信号的输入输出关系为

$$y(n) = hx(n) + w(n), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 $y(n)$ 为接收信号样本, $x(n)$ 是任意星座类型的归一化发送信号样本, h 是信道增益, $w(n)$ 是均值为 0、方差为 $2\sigma^2$ 的复 AWGN 噪声样本,且 $2\sigma^2 = N_0$. 信道为恒参信道,建模时可以设为一个随机复数.因此,该模型下的信噪比定义为 $\rho = |h|^2/N_0$.

对于上述系统模型,以 $|x|$ 和 h 为条件的 y 的概率密度函数是莱斯分布.假设 x 是一个具有 Q 个不同振幅的星座,振幅用 A_1, A_2, \dots, A_Q 表示,并且每种振幅出现的概率分别为 p_1, p_2, \dots, p_Q (例如, PSK 调制信号的 $Q=1$, 16QAM 调制信号的 $Q=3$),则 $|y|$ 的概率密度函数为混合莱斯分布,表达式如下:

$$f_{|y|}(|y|) = \sum_{i=1}^Q p_i \frac{|y|}{\sigma^2} \exp\left(-\rho_i - \frac{|y|^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(|y| \sqrt{\frac{2\rho_i}{\sigma^2}}\right) \quad (2)$$

其中 $\rho_i = |h|^2 A_i^2 / N_0 = \rho A_i^2$, $i = 1, 2, \dots, Q$, ρ 就是待估计的信噪比, $I_0(\cdot)$ 是修正的 0 阶第一类贝塞尔函数. 假设接收端知道发射信号的振幅 A_1, A_2, \dots, A_Q 和对应的概率 p_1, p_2, \dots, p_Q , 因此信噪比估计问题就归结为对混合莱斯分布的莱斯因子 ρ 的估计. 不失一般性, 假定传输符号的平均功率归一化为 1, 即

$$\sum_{i=1}^Q p_i A_i^2 = 1 \quad (3)$$

已知, 莱斯因子为 ρ 的莱斯分布的 k 阶矩如下式所示:

$$\mu_k(\sigma^2, \rho) = (\sigma^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2} + 1\right) \exp(-\rho) {}_1F_1\left(\frac{k}{2} + 1; 1; \rho\right) \quad (4)$$

其中, ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ 为合流超几何函数, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数. 利用式(4), 可以写出式(2)中混合莱斯分布的 k 阶矩表达式为

$$\begin{aligned} E\left[|y|^k\right] &= \sum_{i=1}^Q p_i \mu_k(\sigma^2, \rho_i) \\ &= \sum_{i=1}^Q p_i (\sigma^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2} + 1\right) \exp(-\rho A_i^2) \\ &\quad \times {}_1F_1\left(\frac{k}{2} + 1; 1; \rho A_i^2\right) \end{aligned} \quad (5)$$

由式(5)可得, 接收信号的高阶矩取决于两个未知参数 ρ 和 σ . 因此, 基于高阶矩的信噪比估计器至少需要两个不同的矩. 对于偶数阶矩 $k = 2n$, 式(5)可以化简为一个更简单的形式, 它只依赖于偶数阶星座矩和两个未知数 N_0 和 ρ :

$$M_{2n} = N_0^n \sum_{m=0}^n \frac{(n!)^2}{(n-m)!(m!)^2} A_{2m} \rho^m \quad (6)$$

其中, $N_0 = 2\sigma^2$ 为噪声功率, $\rho = |h|^2 / N_0$ 为信噪比, $A_{2m} = \sum_{i=1}^Q p_i A_i^{2m}$ 为星座矩.

3 高阶矩特征选择

在式(6)中, 接收信号的偶数阶矩是关于 ρ 的多项式, 并且噪声功率 N_0 为乘法因子. 因此, 通过计算偶数阶矩的比值, 可以消除 N_0 得到只与 ρ 有关的函数:

$$f_{k,l}(\rho) = \frac{M_k^l}{M_l^k}, \quad k \neq l \text{ 且 } k \text{ 和 } l \text{ 均为偶数} \quad (7)$$

其中, M_k^l 为接收信号 k 阶矩的 l 次方, 同理 M_l^k 为接收信号 l 阶矩的 k 次方.

文献[16]证明了函数 $f_{k,l}(\rho)$ 的单调性, 意味着一个

$f_{k,l}(\rho)$ 值对应着唯一的信噪比. 因此通过计算 $f_{k,l}$ 的反函数, 可以由观测样本高阶矩的估计值得到信噪比的估计值:

$$\hat{\rho}_{k,l} = f_{k,l}^{-1}\left(\frac{\hat{M}_k^l}{\hat{M}_l^k}\right) \quad (8)$$

在实际应用中, 高阶矩的估计值为接收信号的样本矩, 即 $\hat{M}_k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N |y(n)|^k$.

经典的 M2M4 估计是 $(k, l) = (4, 2)$ 的特殊情况. 根据式(6)和式(7), 任意满足式(7)的偶数阶矩的比值都可以用来估计信噪比. 除此之外, 任意满足式(9)的复杂偶数阶矩的比值也可以实现信噪比的估计.

$$f(\rho) = \left(\prod_{i=1}^U M_{2n_i}^{p_i}\right) / \left(\prod_{j=1}^V M_{2m_j}^{q_j}\right), \quad n_i, p_i, m_j, q_j \in \mathbb{N} \quad (9)$$

为了保证式(9)与噪声功率 N_0 无关, 需满足

$$\sum_{i=1}^U n_i p_i = \sum_{j=1}^V m_j q_j$$

在观测样本有限的情况下, 接收信号高阶矩的估计值与理论值之间存在偏差, 并且随着阶数的增加估计偏差增大. 由于十阶矩的估计性能与八阶矩的估计性能差别不大, 因此没必要再利用更高阶次的矩进行信噪比的估计. 根据式(9), 十阶及十阶以下可以用来实现信噪比估计的偶数阶矩比值对共有 18 个, 如表 1 所示.

表 1 十阶以下偶数阶矩比值的集合

阶数	偶数阶矩的比值
四阶	$\frac{M_4}{M_2^2}$
六阶	$\frac{M_6}{M_2^3}, \frac{M_6}{M_2 M_4}$
八阶	$\frac{M_8}{M_2^4}, \frac{M_4^2}{M_2^2}, \frac{M_8}{M_2^2 M_4}, \frac{M_8}{M_4^2}, \frac{M_2 M_6}{M_4^2}, \frac{M_8}{M_2 M_6}$
十阶	$\frac{M_{10}}{M_2^5}, \frac{M_{10}}{M_2 M_8}, \frac{M_{10}}{M_2^2 M_6}, \frac{M_{10}}{M_2^3 M_4}, \frac{M_{10}}{M_4 M_6},$ $\frac{M_2 M_8}{M_4 M_6}, \frac{M_4 M_6}{M_2^5}, \frac{M_4 M_6}{M_2 M_8}, \frac{M_4 M_6}{M_2^2 M_6}$

由于接收信号的偶数阶矩是关于 ρ 的多项式, 因此上述每一个偶数阶矩比值的分子和分母都是关于 ρ 的多项式, 对 ρ 进行 $\rho = z/(1-z)$ 的变换, 则偶数阶矩比值的分子和分母都变为关于 z 的多项式. 对于特殊的二阶矩而言:

$$M_2 = N_0(1+\rho) \quad (10)$$

经过变换后,

$$M_2 = \frac{N_0}{1-z} \quad (11)$$

其他的高阶矩只能变换成如下形式:

$$M_{2n} = \frac{a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_1 \cdot z^1 + a_0}{(1-z)^n}, n \geq 2 \quad (12)$$

观察式(11)和式(12)可得:经过 $\rho = z/(1-z)$ 的变换,表1中分母为二阶矩幂次方的比值可以同时消除 N_0 和 $(1-z)^n$,得到一个关于 z 的多项式(无分母).而其他形式的比值即使经过变换和化简,得到的依旧是分子和分母都为 z 的多项式的分式.

如果用分子和分母都为 z 的多项式的分式作为特征,线性组合后来估计信噪比 ρ ,那么在求解 z 时需要通分,增加了多项式的次数使求解更加困难.而设计高阶矩比值作为特征的初衷就是为了减小算法复杂度,因此,本文选取分母为二阶矩幂次方的比值作为特征:

$$\left(\prod_{i=1}^U M_{2n_i}^{p_i} \right) / M_2^Q, n_i, p_i \in \mathbb{N} \quad (13)$$

其中, p_i 和 Q 需满足 $Q = \sum_{i=1}^U n_i p_i$ 的关系.

根据式(13),对表1中偶数阶矩的比值进行初步筛选,可得以下6个特征:

$$\psi = \left\{ \frac{M_4}{M_2^2}, \frac{M_6}{M_2^3}, \frac{M_8}{M_2^4}, \frac{M_4^2}{M_2^4}, \frac{M_{10}}{M_2^5}, \frac{M_4 M_6}{M_2^5} \right\} \quad (14)$$

如果将式(14)中的6个特征全部用于线性组合中,会导致整个算法的计算复杂度过高,带来不必要的冗余.为了降低基于高阶矩线性组合的信噪比估计方案的计算复杂度,对上述6个特征进行进一步的特征选择.

基于高阶矩的信噪比估计准确度高度依赖于高阶矩估计值的准确度.在接收信号样本长度有限的条件下,高阶矩的估计值在其理论值的左右进行浮动,随着样本数趋于无穷,估计值收敛于理论值.对于同一信号样本而言,阶数越高则估计值偏差越大.因此本文进一步筛选阶数较低的高阶矩进行估计,可得以下2个特征:

$$\Phi = \left\{ \frac{M_4}{M_2^2}, \frac{M_4^2}{M_2^4} \right\} \quad (15)$$

4 基于高阶矩特征线性组合的SNR估计

为了平衡部分矩统计量由于观测样本有限带来的误差影响,将两个特征进行线性组合.对于线性组合带来的权值选取问题,文献[22]推导了信噪比估计值方差的一阶泰勒展开式,得到了关于信噪比 ρ 的高阶表达式,通过设置高次项前的系数为0,可以联立求解得出利用该方法优化后的权值.但该方法不适用于非恒模调制,例如16QAM等.因此,本文设计了一种对MPSK和MQAM信号的调制阶数不受限的线性组合的权值优

化方法.

矩统计量的线性组合表达式为

$$f(\rho) = \alpha \frac{M_4}{M_2^2} + \beta \frac{M_4^2}{M_2^4} \quad (16)$$

其中, α 和 β 表示权重.根据式(6)可得二阶矩 M_2 和四阶矩 M_4 的展开式为

$$M_2 = N_0(1+\rho) \quad (17)$$

$$M_4 = N_0^2(2+4A_2\rho+A_4\rho^2) \quad (18)$$

其中, $N_0 = 2\sigma^2$ 为噪声功率, $\rho = |h|^2/N_0$ 为信噪比, A_2 和 A_4 为调制方式所对应的二阶和四阶星座矩.

将式(17)和式(18)代入式(16),并进行 $\rho = z/(1-z)$ 变换后可得:

$$f(\rho) = F(z) = \delta_4 z^4 + \delta_2 z^2 + \delta_0 \quad (19)$$

其中,系数 δ_k 与权重 α 和 β 有关并且呈线性关系,具体表示为

$$\begin{cases} \delta_4 = \beta(A_4 - 2)^2 \\ \delta_2 = \alpha(A_4 - 2)^2 + \beta(4A_4 - 8) \\ \delta_0 = 2\alpha + 4\beta \end{cases} \quad (20)$$

对于一组有限长的接收信号样本,可得:

$$\hat{F}(z) = \alpha \frac{\hat{M}_4}{\hat{M}_2^2} + \beta \frac{\hat{M}_4^2}{\hat{M}_2^4} = h(\hat{\mathbf{m}}) \quad (21)$$

其中, $\hat{\mathbf{m}} = [\hat{M}_2, \hat{M}_4]^T \in \mathbb{R}^2$ 为样本矩向量.对 z 的求解就相当于求解四次多项式 $F(z) - h(\hat{\mathbf{m}})$ 的根,其中只有独立项 $\delta_0 - h(\hat{\mathbf{m}})$ 取决于观测样本,并且四次多项式 $F(z) - \hat{F}(z)$ 的三次项系数和一次项系数都为0,因此该多项式可以表示为关于 z 的双二次方程:

$$F(z) - h(\hat{\mathbf{m}}) = a(z^2)^2 + bz^2 + c \quad (22)$$

其中,

$$a = \delta_4, b = \delta_2, c = \delta_0 - \alpha \frac{\hat{M}_4}{\hat{M}_2^2} + \beta \frac{\hat{M}_4^2}{\hat{M}_2^4} \quad (23)$$

根据双二次方程的求根公式,得到 z 为

$$z = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \quad (24)$$

由式(20)和式(23)可得,根的求解取决于星座矩 A 和权重 α, β .因此,在求解 z 之前需确定权重 α 和 β 的取值.

本文以最小化 $F(z)$ 和 $h(\hat{\mathbf{m}})$ 之间的均方误差为目标,对权重进行优化.具体地,在每种信噪比条件下利用 N_s 组接收信号样本计算均方误差.如果信噪比有 N_{SNR} 种不同的取值,那么可计算得 $N_s N_{\text{SNR}}$ 个均方误差,计算这些均方误差的算数平均值作为优化目标,可建立如下优化模型:

$$\min \frac{1}{N_s N_{\text{SNR}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{SNR}}} \sum_{j=1}^{N_s} \left(F(z_i) - h(\hat{\mathbf{m}}_{i,j}) \right)^2 \quad (25)$$

其中, $F(z_i) = \alpha M_4^{(i)} / (M_2^{(i)})^2 + \beta (M_4^{(i)})^2 / (M_2^{(i)})^4$, $h(\hat{\mathbf{m}}_{i,j}) = \alpha \hat{M}_4^{(i,j)} / (\hat{M}_2^{(i,j)})^2 + \beta (\hat{M}_4^{(i,j)})^2 / (\hat{M}_2^{(i,j)})^4$. 为了满足函数 $F(\hat{z}) - h(\hat{\mathbf{m}})$ 的单调性, 即在 $0 < z < 1$ 的范围内解的一一对应关系, α 的取值需要满足约束条件 $\alpha \geq \frac{2A_4^2 - 4A_4 - 3}{A_4 - 2}$. 因此, 原优化问题可以写为

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{N_s N_{\text{SNR}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{SNR}}} \sum_{j=1}^{N_s} & \left(\alpha \frac{M_4^{(i)}}{(M_2^{(i)})^2} + \beta \frac{(M_4^{(i)})^2}{(M_2^{(i)})^4} \right. \\ & \left. - \alpha \frac{\hat{M}_4^{(i,j)}}{(\hat{M}_2^{(i,j)})^2} - \beta \frac{(\hat{M}_4^{(i,j)})^2}{(\hat{M}_2^{(i,j)})^4} \right)^2 \quad (26) \\ \text{s.t. } \alpha & \geq \frac{2A_4^2 - 4A_4 - 3}{A_4 - 2} \end{aligned}$$

显然, 式(26)为一个凸优化问题, 其中两个权值的选择实际上只提供了一个自由度, 因此我们直接固定权值 β 为 1, 此时只需要优化一个权值 α . 首先将式(26)中的优化目标整理为

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_s N_{\text{SNR}}} \sum_{n=1}^{N_{\text{SNR}}} \sum_{m=1}^{N_s} & \left(\alpha \left(\frac{{}^{(n)}M_4}{{}^{(n)}M_2^2} - \frac{{}^{(n,m)}\hat{M}_4}{{}^{(n,m)}\hat{M}_2^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{{}^{(n)}M_4^2}{{}^{(n)}M_2^4} - \frac{{}^{(n,m)}\hat{M}_4^2}{{}^{(n,m)}\hat{M}_2^4} \right) \right)^2 \quad (27) \end{aligned}$$

对式(27)求导可得使目标函数取得最小值的 α , 即

$$\alpha_{\min} = - \frac{\sum_{n=1}^{N_{\text{SNR}}} \sum_{m=1}^{N_s} \left(\frac{{}^{(n)}M_4}{{}^{(n)}M_2^2} - \frac{{}^{(n,m)}\hat{M}_4}{{}^{(n,m)}\hat{M}_2^2} \right) \left(\frac{{}^{(n)}M_4^2}{{}^{(n)}M_2^4} - \frac{{}^{(n,m)}\hat{M}_4^2}{{}^{(n,m)}\hat{M}_2^4} \right)}{\sum_{n=1}^{N_{\text{SNR}}} \sum_{m=1}^{N_s} \left(\frac{{}^{(n)}M_4}{{}^{(n)}M_2^2} - \frac{{}^{(n,m)}\hat{M}_4}{{}^{(n,m)}\hat{M}_2^2} \right)^2} \quad (28)$$

由于 α 存在式(25)所示的约束, 因此最优权值的取值为

$$\alpha_{\text{op}} = \max \left\{ \alpha_{\min}, \frac{2A_4^2 - 4A_4 - 3}{A_4 - 2} \right\} \quad (29)$$

在 β 为 1 的基准下, 采用该权值优化方法, 可得每种调制方式的最优权值如表 2 所示.

基于上述高阶矩特征选择和线性组合系数优化, 算法 1 对 SNR 估计算法进行了详细的描述.

5 Nakagami 衰落信道下的推广

上述分析均在平坦衰落信道下, 对于较为复杂的随参信道—Nakagami 衰落信道, 本文所提的信噪比估

表 2 权值优化结果

调制方式	α
BPSK	5
QPSK	5
8PSK	5
16QAM	7.051 8
32QAM	6.967 8
64QAM	6.485 9

算法 1 基于高阶矩特征线性组合的 SNR 估计算法

初始化 根据表 2 权值优化结果设置不同调制方式所对应的特征线性组合权重 α 和 β 的值. 计算不同调制方式所对应的四阶星座矩 A_4 .

步骤 1 计算有限长接收信号的样本矩向量:

$$\hat{\mathbf{m}} = [\hat{M}_2 \hat{M}_4]^T.$$

步骤 2 计算样本矩对应的特征线性组合函数值:

$$\hat{F}(z) = \alpha \frac{\hat{M}_4}{\hat{M}_2^2} + \beta \frac{\hat{M}_4^2}{\hat{M}_2^4} = h(\hat{\mathbf{m}})$$

步骤 3 建立关于 z 的双二次方程:

$$F(z) - h(\hat{\mathbf{m}}) = a(z^2)^2 + bz^2 + c$$

其中方程系数 a, b, c 由式(23)和式(21)确定.

步骤 4 根据双二次方程的求根公式求解 z .

步骤 5 根据变换式 $\rho = z/(1-z)$ 得到 SNR 估计值.

计方法也可以轻松推广到 Nakagami 信道, 下面对 Nakagami 衰落信道下改进信噪比估计方法的适用性进行说明. Nakagami 衰落信道下接收信号的形式为

$$y(n) = g x(n) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (30)$$

其中, g 为衰落信道增益, $w(n)$ 是方差为 $2\sigma_w^2$, 均值为 0 的复高斯白噪声, g 建模为 0 均值复随机变量, 表示为

$$g = |g| e^{j\phi} \quad (31)$$

其中, ϕ 可以是取值在 $-\pi$ 到 π 之间, 服从任意分布的值, 因为基于高阶矩的估计方法不受信号相位的影响, 所以不关心相位的分布. 衰落信道的幅值 $|g|$ 服从 Nakagami- m 分布:

$$f_{|g|}(|g|) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{a_g^2} \right)^m |g|^{2m-1} \cdot \exp \left(- \frac{m|g|^2}{a_g^2} \right) \quad (32)$$

其中, $a_g^2 = E(|g|^2)$, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数, 并且 $|g|$ 和 ϕ 是独立的. 因此, 该信道模型下的信噪比可以表示为

$$\rho = \frac{a_g^2}{2\sigma_w^2} \quad (33)$$

Nakagami 衰落信道下接收信号的偶数阶矩表达式为

$$M_{2x} = 2^x \Gamma(x+1) \sigma_w^{2x} \left(1 + \sum_{j=1}^x \binom{x}{j} \frac{m^{(j)}}{m^j} \rho^j \right) \quad (34)$$

其中, x 一定为整数, 根据伽马函数的定义可以得到:

$$\Gamma(x+1) = x(x-1)\cdots 2 \cdot 1 = x! \quad (35)$$

$\binom{x}{j}$ 为组合符号, 表示为

$$\binom{x}{j} = C_x^j = \frac{x(x-1)\cdots(x-j+1)}{j!} \quad (36)$$

其中, $m^{(j)}$ 为 Pochhammer 符号, 定义为

$$m^{(j)} = \begin{cases} 1, & \text{if } j=0 \\ m(m+1)\cdots(m+j-1), & \text{if } j>0 \end{cases} \quad (37)$$

根据式(34)~(37)可以得到二阶矩的展开式为

$$M_2 = 2\sigma_\omega^2(1+\rho) \quad (38)$$

对 ρ 进行 $\rho = z/(1-z)$ 的变换, M_2 也可以化简为只有分母含 $(1-z)$ 的形式:

$$M_2 = \frac{2\sigma_\omega^2}{1-z} \quad (39)$$

因此 Nakagami 衰落信道下的信噪比估计也可以用上述基于高阶矩特征选择和线性组合的方法来实现.

6 仿真实验

本文从估计的偏差这一指标评估 16QAM 和 32QAM 调制信号在不同信噪比下的估计性能, 估计偏差的定义如下:

$$E_{\text{bias}} = \sum_{i=1}^{N_m} |\hat{\rho}_i - \rho| / N_m \quad (40)$$

其中, $\hat{\rho}_i$ 为第 i 次蒙特卡洛实验中估计的信噪比值, ρ 为真实的信噪比值, N_m 为每个信噪比下蒙特卡洛实验次数.

如果未作特殊说明, 本文的仿真参数条件如下: 信道为平坦瑞利衰落信道, 发射信号功率是归一化的, 信噪比仿真范围为 $[-10, 20]$ dB, 观测样本长度 $N = 10^3$, 蒙特卡洛实验次数 $N_m = 10^4$.

仿真 1 对本文所提算法、文献[7]、文献[16]、文献[20]、文献[22]和文献[23]所提算法的估计性能进行仿真对比.

文献[7]针对超立方调制信号(Hyper Cubic Signal, HCS)给出了一种基于最大似然的估计算法. 本文信号所采用的是常规调制(例如 PSK、QAM 调制)而非超立方调制, 因此不能直接把文献[7]的算法用于本文的接收信号系统模型. 为了能够对比, 我们将常规调制信号转换为超立方调制信号, 例如将 16QAM 星座转换为一个 4 比特位的形式 $\mathbf{S}_i = 1/\sqrt{4}(s_{i,1}, s_{i,2}, s_{i,3}, s_{i,4})$, 其中 $\{s_{i,j} = \pm 1\}_{j=1,2,3,4}$, 然后再进行 SNR 估计.

文献[16]所提的 M2M4 算法在 QAM 信号下实现 SNR 估计的表达式为

$$\hat{\rho}_{M2M4} =$$

$$\frac{1 - 2(\hat{M}_2^2/\hat{M}_4) - \sqrt{(2 - A_4)(2\hat{M}_2^4/\hat{M}_4^2 - \hat{M}_2^2/\hat{M}_4)}}{A_4(\hat{M}_2^2/\hat{M}_4) - 1} \quad (41)$$

其中, A_4 为 QAM 调制的四阶星座矩.

文献[20]选取了八阶内偶数阶矩的比值作为特征:

$$f_{\text{EoS}}(\rho) = \alpha \frac{M_4}{M_2^2} + \beta \frac{M_6}{M_2^3} + \gamma \frac{M_4^2}{M_2^4} + \varepsilon \frac{M_4}{M_2^4} \quad (42)$$

其中, 16QAM 和 32QAM 对应的组合系数 $(\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon)$ 分别为 $(9.94, -5.28, -0.28, 1)$ 和 $(10.24, -3.85, -2.12, 1)$.

文献[22]通过计算信号包络的经验 CDF 与理论 CDF 之间的吻合度, 实现了非恒模星座的 SNR 估计.

文献[23]把信号一阶矩落在不同取值区间的概率作为神经网络的输入, 神经网络的输出即为 SNR 估计值. 神经网络结构为一个包含 3 个隐藏层的多层感知机, 输入层节点数为 10, 输出层节点数为 1, 3 个隐藏层节点数分别为 40、40、5, 神经网络 Epoch 为 200.

当信号采用 16QAM 调制时六种信噪比估计算法的性能对比如图 1 所示. 文献[16]、文献[20]和本文都是基于高阶矩的 SNR 估计, 这三种算法性能接近, 在 2~18 dB 信噪比区间优于其他算法, 覆盖了主要信噪比区间. 在 -10~12 dB 信噪比区间, 本文所提算法和文献[16]算法的估计偏差比文献[20]算法小 1 dB 左右. 在 13~18 dB 信噪比区间, 文献[20]算法的估计偏差最小. 在 1 dB 以下低信噪比区间, 文献[23]算法性能最好. 在 19 dB 以上高信噪比区间, 文献[7]和文献[22]算法才显示出优势.

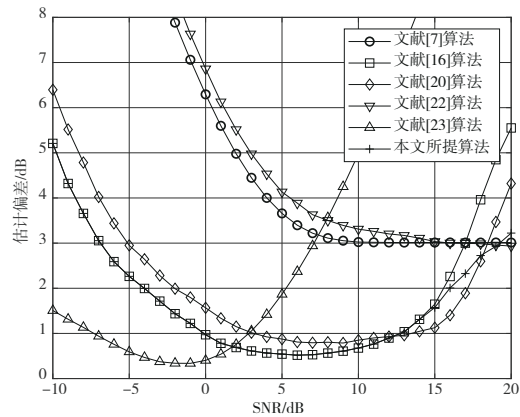


图 1 16QAM 调制信号的信噪比估计算法对比

当信号采用 32QAM 调制时六种信噪比估计算法的性能对比如图 2 所示. 同样, 文献[16]、文献[20]和本文都是基于高阶矩的 SNR 估计, 这三种算法性能接近, 在 2 dB 以上大部分信噪比区间优于其他算法. 在 -10~

9 dB 信噪比区间, 本文所提算法和文献[16]算法的估计偏差比文献[20]算法小 1 dB 左右. 在 10~20 dB 高信噪比区间, 文献[20]算法的估计偏差最小, 本文所提算法次之. 在 1 dB 以下低信噪比区间, 文献[23]算法才具性能优势. 结合图 1 和图 2, 在非恒模调制时, 本文所提算法整体表现出较稳定的估计性能, 权衡了低信噪比区间和高信噪比区间的情况, 适用于常规通信场景下主要信噪比区间的估计.

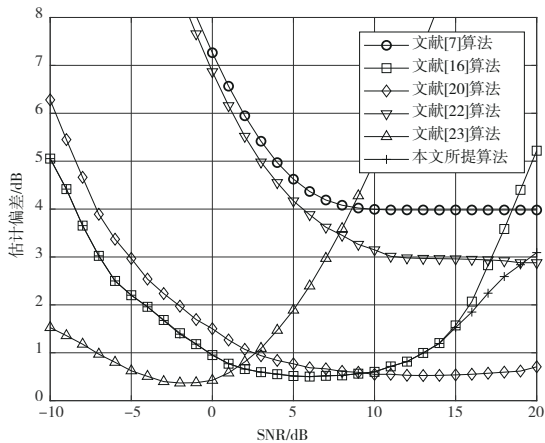


图 2 32QAM 调制信号的信噪比估计算法对比

造成文献[16]所提的 M2M4 算法在高信噪比条件下估计性能差的主要原因是, 高信噪比下 M2M4 算法所使用的高阶矩变量由于矩统计量的变化可能会造成信号功率比噪声功率的值小于 0 的情况. 根据式(41)可以画出信噪比值随二阶四阶矩比值的变化曲线, 如图 3 所示. 可以看出当二阶四阶矩的比值大于 0.75 时, 会导致信号功率比噪声功率的值小于 0 的错误值. 根据图 4 可以看出当信噪比较大时, 由于观测样本序列长度有限, 使得近乎一半的二阶四阶矩比值大于 0.75, 大量的错误值影响了高信噪比下算法的估计性能. 而本文所提的改进算法通过线性组合大幅度减少了错误值, M2M4 算法在高信噪比下非法值占比约为 50%, 而本文所提算法使得非法值控制在 20% 以内, 因此高信噪比下本文所提算法有性能优势.

造成文献[20]所提的算法在低信噪比条件下估计性能差而高信噪比条件下估计性能好的主要原因是, 其组合系数的优化准则是以保证高信噪比区间估计偏差最小化为目标的.

仿真 2 对比本文所提算法在 MPSK 和 MQAM 信号不同调制阶数情况下的性能.

不同调制方式下本文所提算法估计的偏差如图 5 所示, 对于同一类型的调制方式尽管调制的阶数不同, 但估计的性能相近. 对于 PSK 类调制信号而言, 在信噪比大于 0 时, 可以实现较为准确的信噪比估计, 总体估计

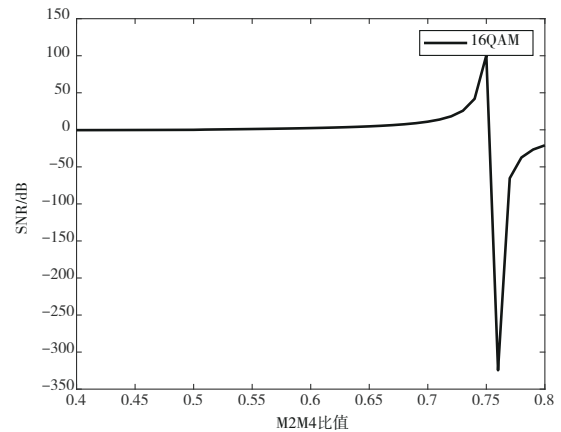


图 3 信噪比值随二阶四阶矩比值变换曲线

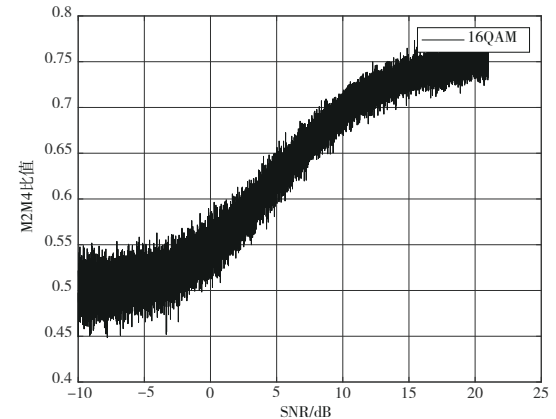


图 4 二阶四阶矩比值随信噪比变换曲线

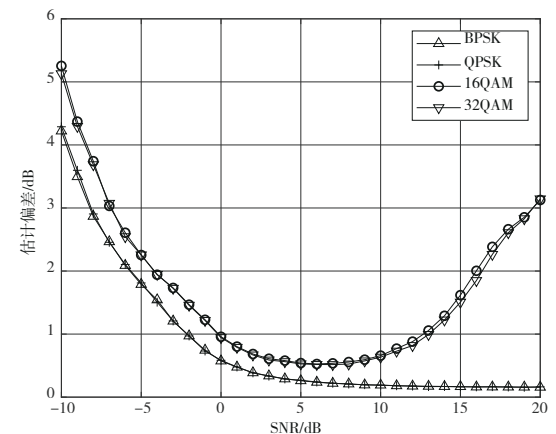


图 5 所提算法在不同调制方式信号下的估计偏差

的误差小于 0.5 dB, 并且在高信噪比下依旧保持了偏差较小的优势. 对于 QAM 类调制信号而言, 信噪比为 0~13 dB 范围内的估计较为准确, 估计误差小于 1 dB.

仿真 3 对比本文所提算法在不同观测样本长度下的估计性能.

图 6 和图 7 分别给出了信号为 BPSK 调制和 16QAM 调制时, 估计偏差随样本数增加的变化情况. 显然随着观测样本长度的增加, 算法的估计偏差逐渐减小, 这是

由于样本矩 \hat{M}_2 和 \hat{M}_4 的精确度依赖于样本长度 N . 当样本数为无穷大时, 样本矩的值就等于理论值, 这种情况下可以实现无偏的估计. 当样本长度达到 1 600 时, 对于 BPSK 调制信号, 在 $-3 \sim 20$ dB 信噪比区间内估计偏差小于 1 dB, 对于 16QAM 调制信号, 在 $-2 \sim 14$ dB 信噪比区间内估计偏差小于 1 dB.

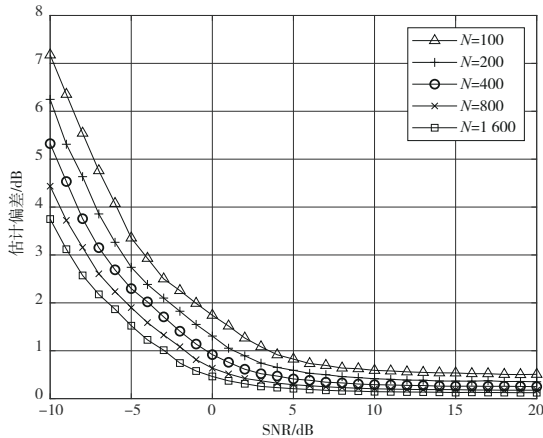


图6 BPSK 调制信号不同样本长度下所提算法的估计偏差

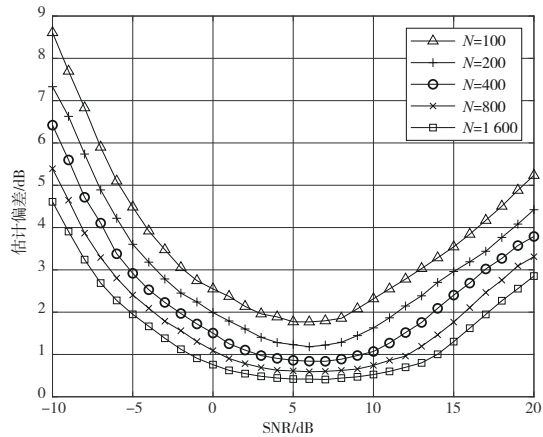


图7 16QAM 调制信号不同样本长度下所提算法的估计偏差

7 结论

本文针对基于高阶矩的信噪比估计方法在低信噪比和高信噪比两个极端情况下性能变差的这一问题开展了研究. 在分析信号高阶矩分布特性的基础上, 设计了一种基于高阶矩特征选择和线性组合的信噪比估计算法. 仿真结果表明, 本文所提算法对 MPSK 和 MQAM 类调制的阶数不受限, 对低信噪比和高信噪比下的估计性能做了折衷, 对比已有基于高阶矩的信噪比估计算法, 在 $-10 \sim 20$ dB 常见范围内能够较好地兼顾低信噪比和高信噪比的估计性能.

参考文献

[1] PAULUZZI D R, BEAULIEU N C. A comparison of SNR

estimation techniques for the AWGN channel[J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(10): 1681-1691.

[2] WIESEL A, GOLDBERG J, MESSER H. Non-data-aided signal-to-noise-ratio estimation[C]//2002 IEEE International Conference on Communications (ICC). Piscataway: IEEE, 2002: 197-201.

[3] LOPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C, GAPPMAIR W. Iterative envelope-based SNR estimation for nonconstant modulus constellations[C]//2007 IEEE 8th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway: IEEE, 2007: 1-5.

[4] DAS A. NDA SNR estimation: CRLBs and EM based estimators[C]//2008 IEEE Region 10 Conference. Piscataway: IEEE, 2008: 1-6.

[5] GAPPMAIR W, LOPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C. Cramer-Rao lower bound and EM algorithm for envelope-based SNR estimation of nonconstant modulus constellations[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(6): 1622-1627.

[6] AHMAD RAZA M, HUSSAIN A. Cramer-Rao bound for SNR estimation of hyper-cubic signals over Gaussian channel[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(12): 2097-2100.

[7] AHMAD RAZA M, HUSSAIN A. Maximum likelihood SNR estimation of hyper cubic signals over Gaussian channel[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(1): 45-48.

[8] CHEN C F, WU J Y, WANG C H, et al. On a new SNR estimation approach with Polar codes[C]//2021 IEEE 4th Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). Piscataway: IEEE, 2021: 727-732.

[9] DAN S, GE L D. On the blind SNR estimation for IF signals[C]//2006 First International Conference on Innovative Computing, Information and Control-Volume I. Piscataway: IEEE, 2006: 374-378.

[10] SUI D, GE L D. A blind SNR estimator for digital band-pass signals[J]. Journal of Electronics (China), 2008, 25(1): 7-13.

[11] 詹亚锋, 曹志刚, 马正新. 无线数字通信的盲信噪比估计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(7): 957-960.

ZHAN Y F, CAO Z G, MA Z X. Blind SNR estimates in wireless digital communications[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2003, 43(7): 957-960. (in Chinese)

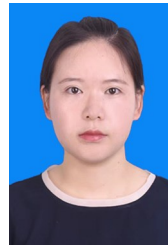
- [12] HAMID M, BJÖRSELL N, BEN SLIMANE S. Sample covariance matrix eigenvalues based blind SNR estimation[C]//2014 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC). Piscataway: IEEE, 2014: 718-722.
- [13] SHARMA S K, CHATZINOTAS S, OTTERSTEN B. SNR estimation for multi-dimensional cognitive receiver under correlated channel/noise[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(12): 6392-6405.
- [14] MANESH M R, QUADRI A, SUBRAMANIAM S, et al. An optimized SNR estimation technique using particle swarm optimization algorithm[C]//2017 IEEE 7th Annual Computing and Communication Workshop and Conference (CCWC). Piscataway: IEEE, 2017: 1-6.
- [15] BENEDICT T, SOONG T. The joint estimation of signal and noise from the sum envelope[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1967, 13(3): 447-454.
- [16] GAO P, TEPEDELENLIOGLU C. SNR estimation for nonconstant modulus constellations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(3): 865-870.
- [17] GHODESWAR S, POONACHA P G. Tenth order envelope moment based SNR estimation technique using Newton-Raphson method for AWGN and Rician channels[C]//2015 International Conference on Communication, Information & Computing Technology (ICCICT). Piscataway: IEEE, 2015: 1-6.
- [18] 许华, 樊龙飞, 郑辉. QAM 信号的非数据辅助信噪比估计方法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(2): 202-205.
XU H, FAN L F, ZHENG H. The NDA SNR estimation for QAM signals[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2005, 27(2): 202-205. (in Chinese)
- [19] LOPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C. Sixth-order statistics-based non-data-aided SNR estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2007, 11(4): 351-353.
- [20] ALVAREZ-DIAZ M, LOPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C. SNR estimation for multilevel constellations using higher-order moments[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1515-1526.
- [21] 陈卫东, 杨绍全, 周希元. 未知调制阶数的 MPSK 信号信噪比估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(9): 97-99.
CHEN W D, YANG S Q, ZHOU X Y. SNR estimation algorithm for MPSK signals with unknown modulation orders[J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(9): 97-99. (in Chinese)
- [22] WANG W T, SHEN Y Y, WANG Y Q. Low-complexity non-data-aided SNR estimation for multilevel constellations[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(1): 113-116.
- [23] AHN J Y, WANG H. Machine learning-based signal-to-noise ratio estimation using amplitude frequency vector[C]//2023 International Conference on Electronics, Information, and Communication (ICEIC). Singapore: IEEE, 2023: 1-3.

作者简介



李涛男, 1989年5月出生于陕西省宝鸡市。2018年毕业于西安电子科技大学信息与通信工程专业获工学博士学位。现为西安电子科技大学通信工程学院副教授、硕士生导师。主要研究方向为盲信号处理。

E-mail: taoli@xidian.edu.cn



苏楠女, 1989年8月出生于青海省西宁市。2011年毕业于天津大学自动化专业。现为北京跟踪与通信技术研究所助理研究员。主要研究方向为信息安全总体论证。

E-mail: 461713474@qq.com



李勇朝男, 1974年5月出生于陕西省西安市。2005年毕业于西安电子科技大学电子工程专业获工学博士学位。现为西安电子科技大学通信工程学院教授, 博士生导师。主要研究方向为无人机信号识别、通信波形反演。

E-mail: yzhli@xidian.edu.cn